

## Matematica generale: esonero del 19 dicembre 2012

1. Risolvere i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^2(x) - 2}{\ln(x) - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x - 2)}{(x - 3)^2}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \ln(x - 3) & \text{se } x > 3, \\ -\frac{1}{\sqrt{3 - x}} & \text{se } x < 3, \end{cases}$$

determinarne

- (a) il dominio;
  - (b) il segno;
  - (c) gli eventuali asintoti;
  - (d) i punti in cui  $f$  è continua e i punti in cui  $f$  non è continua;
  - (e) gli intervalli di crescita e decrescenza;
  - (f) i punti in cui  $f$  è derivabile e i punti in cui  $f$  non è derivabile;
  - (g) eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
  - (h) gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
  - (i) il grafico.
3. Determinare l'area delimitata tra 2 e 4 dall'asse  $x$  e dalla curva  $y = f(x)$  dell'esercizio 2.

4. Calcolare

$$\int_{-\infty}^2 \sqrt{3 - x} \, dx.$$

5. Sia dato il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = 1, \\ -x + y + z = 0, \\ 2y + x - z = 2. \end{cases}$$

Detta  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema, rispondere alle seguenti domande:

- (a) calcolare il determinante  $\det(A)$  di  $A$ ;
- (b) risolvere il sistema;
- (c) dire se  $A$  è simmetrica.

## Matematica generale: esonero del 19 dicembre 2012

1. Risolvere i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{\ln(x) + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\ln(1+x)}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-2x} & \text{se } x > 3, \\ 2\sqrt{3-x} & \text{se } x \leq 3, \end{cases}$$

determinarne

- il dominio;
  - il segno;
  - gli eventuali asintoti;
  - i punti in cui  $f$  è continua e i punti in cui  $f$  non è continua;
  - gli intervalli di crescita e decrescenza;
  - i punti in cui  $f$  è derivabile e i punti in cui  $f$  non è derivabile;
  - eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
  - gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
  - il grafico.
3. Determinare l'area delimitata tra 2 e 4 dall'asse  $x$  e dalla curva  $y = f(x)$  dell'esercizio 2.

4. Calcolare

$$\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx.$$

5. Sia dato il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 2, \\ y + 2z = -1, \\ -x + y - z = 1. \end{cases}$$

Detta  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema, rispondere alle seguenti domande:

- calcolare il rango di  $A$ ;
- risolvere il sistema;
- dire se esiste  $A^{-1}$ .